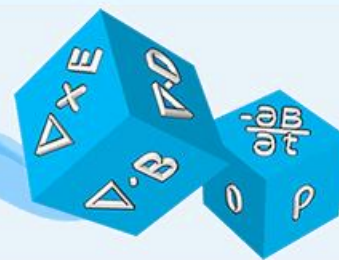


Pismeni ispit (5)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

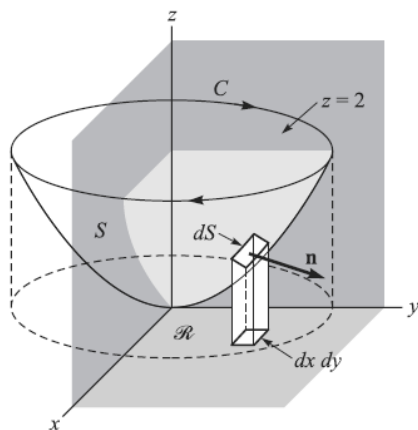
05.10.2010.



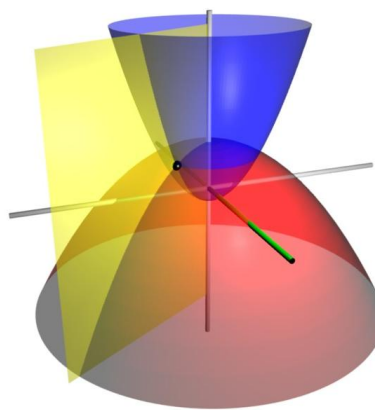
1. (20) Ako su $\Phi = \rho^2 + z^2$; $\Psi = e^{-yx^2}$; $\vec{F} = r^3 \sin \theta \hat{r} + r^2 \sin \varphi \hat{\theta} + r \cos \theta \hat{\varphi}$ te $\vec{E} = r^{2010} \hat{r}$ odredite:

- (a) $\nabla \Phi$; (b) $\nabla \vec{F}$; (c) $\nabla \times \vec{E}$; (d) $\nabla \Psi$.

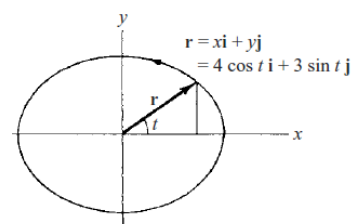
2. (20) Provjerite ispravnost Stokesovog teorem o rotaciji za dano vektorsko polje $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ i plohu S , koja je donji dio paraboloida $2z = x^2 + y^2$ čiju graničnu krivulju C dobijemo ako ga presiječemo plohom $z = 2$ kao na slici 2.



Slika 2.



Slika 5.



Slika 3.

3. (20) Odredite rad koji obavimo pomičući česticu jednom oko elipse C u xy ravnini kao na slici 3., ako se centar elipse nalazi u ishodištu te velika poluos iznosi 4m, a manja 3m; te ako tijekom pomicanje savladavamo silu polja

$$\vec{F} = (3x - 4y + 2z)N\hat{i} + (4x + 2y - 3z^2)N\hat{j} + (2xz - 4y^2 + z^3)N\hat{k}$$

4. (20) Od svih mogućih kvadara, definiranih nejednadžbama $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq 1$, odredite onaj za koji je ukupni tok polja $\vec{F} = (-x^2 - 4xy)\hat{i} - 6yz\hat{j} + 12z\hat{k}$ prema vani kroz svih 6 površina najveći. Koliko iznosi najveći tok?

5. (10) Odredite Lambove koeficijente u parabolčkim (slika 5.) koordinatama (u, v, ϑ) gdje je

$$\begin{aligned} x &= uv \cos \vartheta \\ y &= uv \sin \vartheta \\ z &= \frac{u^2 - v^2}{2} \end{aligned}$$

6. (10) Ako je rang tenzora \tilde{A} i \tilde{B} naznačen brojem indeksa u relacija $K^{ijkl} A_{ij} = B^{kl}$, koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \tilde{K} tenzor ranga 4.